МЕХАНИКА
MECHANICS



УДК 621.83-585.862:519.87 10.23947/1992-5980-2017-17-2-23-30

Механико-математическая модель неуравновешенности нежесткой карданной передачи*

О. А. Полушкин[1], О. О. Полушкин[2], И. М. Фофана[3]**
[1,2,3] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Mechanical-mathematical model of unbalanced non-rigid gimbal gear ***

O. A. Polushkin[1], O. O. Polushkin[2], I. M. Fofana[3]**
[1,2,3]Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Введение. Статья посвящена разработке оригинальной механико-математической модели неуравновешенности карданной передачи с учетом изгибной податливости ее оси. Целью работы является создание новой высокоадекватной модели неуравновешенности основной нежесткой высокооборотной карданной передачи. Данная модель представляется эффективным средством решения задач балансировки при проектировании, изготовлении и ремонте автомобилей.
Материалы и методы. Описательное содержание модели неуравновешенности передачи представлено в виде совокупности допущений. На их основе построены формализованные схемы модели неуравновешенности нежесткой карданной передачи до и после приведения ее во вращение. Эти схемы представляют двухопорную модель и модель — фрагмент многоопорной карданной передачи. С использованием имеющихся в литературе соотношений определены: дополнительный упругий прогиб оси вращающейся передачи от исходного технологического прогиба ее оси по первой собственной форме; коэффициент изменения стрелы упругого прогиба; дисбаланс от упругого прогиба оси нежесткой карданной передачи.
Результаты исследования. Разработаны новые математические модели неуравновешенности карданной передачи. С их помощью могут быть определены начальные и корректирующие дисбалансы в плоскостях коррекции передачи, идеально сбалансированной на низкой скорости и приведенной во вращение с эксплуатационной скоростью. Рассмотрено действие установленных в плоскостях коррекции корректирующих дисбалансов при балансировке передачи на эксплуатационной скорости вращения. В этой связи разработан способ определения коэффициента изменения стрелы упругого прогиба оси вращения передачи. Определено значение стрелы прогиба оси вращения нежесткой карданной передачи.
Обсуждение и заключения. С помощью полученных результатов и соотношений с высокой достоверностью могут выполняться: обоснование нормативов точности балансировки передачи; анализ ее эксплуатационной неуравновешенности; классификация основных карданных передач автомобилей по критерию «гибкость»; формализация решения проектных задач балансировки карданной передачи и другие задачи обеспечения уравновешенности этой передачи в эксплуатации.

Introduction. The paper is devoted to the development of an ingenious mechanical-mathematical model of the unbalanced non-rigid gimbal gear with account for its axis flexibility. The work objective is to create a new highly adequate model of the imbalance of the basic non-rigid high-speed gimbal drive as an efficient means to solve the problems of balancing under car designing, manufacturing and servicing.
Materials and Methods. The descriptive content of the model of the unbalanced transmission is presented as a set of allowances. Formalized schemes of the model of the non-rigid gimbal gear imbalance before and after driving it into rotation are built on their basis. These schemes represent a double-beat model and a model- fragment of the multiple-bearing gimbal gear. Using the relations available in the literature, the following is determined: additional elastic deflection of the axis of the rotating transmission from the initial technological deflection of its axis according to the first eigenform; the coefficient of the elastic deflection modification; and the imbalance of the elastic deflection of non-rigid cardan shaft axles.
Research Results. New mathematical models of the cardan transmission imbalance are developed. They help to determine the initial and compensating imbalances in the transmission correction planes perfectly balanced at low speed and driven into rotation at an operating speed. The effect of the compensating imbalances established in the correction planes is considered when balancing the transmission at the operating rotation speed. In this connection, a method for determining the coefficient of change in the elastic deflection of the gear rotation axis is developed. The value of the deflection of the rotation axis of the non-rigid gimbal gear is determined.
Discussion and Conclusions. With the help of the obtained results and relations, the following can be performed with high reliability: the substantiation of the standards of accuracy of the transmission balancing; the analysis of its operational imbalance; the classification of the basic car cardan gears by the "flexibility" criterion; the formalization of the solution to the design tasks of the gimbal gear balancing and to other problems of ensuring the balance of this transmission in operation.

*Работа выполнена по договору № 89-12Н от 27.01.2012 г.
**E-mail: grunt@mail.ru, nazyroo@mail.ru, oop@enset.ru
***The research is done within the frame of Contract no. 89-12H , 27.01.2012.

Ключевые слова: нежесткая карданная передача, гибкость, неуравновешенность, моделирование.

Keywords: non-rigid gimbal gear, flexibility, imbalance, modeling.

Введение. В практике для любого ротора (в том числе карданной передачи) характерна динамическая неуравновешенность, представляемая как совокупность статической и моментной неуравновешенности. В производстве неуравновешенность возникает вследствие анизотропии масс деталей ротора, погрешностей их изготовления и сопряжения при сборке. В процессе эксплуатации неуравновешенность обусловлена износом деталей ротационного агрегата, накоплением в нем технологических отходов.

Если несовпадение главной центральной оси инерции (ГЦОИ) ротационного агрегата с осью его вращения (ОВ) определять как неуравновешенность, следует количественно ее оценивать следующим образом: эксцентриситетом $\bar{e}$ массы ротора (радиус-вектор центра масс ротора относительно ОВ) и углом α между ГЦОИ и ОВ ротора [1, 2, 3]. Непосредственно измерить характеристики $\bar{e}$ и α у реальных роторов невозможно, поэтому их неуравновешенность моделируется с помощью понятия «дисбаланс» $\overline{D}$ [3, 4, 5]

$$\overline{D} = D \cdot e^{i\varphi_D} = m_н \cdot \bar{\rho} = m_н \cdot \rho \cdot e^{i\varphi_\rho} = m_н \cdot \rho \cdot e^{i\varphi_D}, \quad (1)$$

где $D = m_н.\rho$ — значение дисбаланса, обусловленного наличием неуравновешенной массы $m_н$ (в г) на расстоянии (в мм) эксцентриситета ρ (расстояние центра этой массы от оси вращения ротора), г·мм; φ_D — угол дисбаланса $\overline{D}$ в системе координат, связанной с ротором, рад; $\varphi_\rho = \varphi_D$ — угол вектора $\bar{\rho}$ эксцентриситета неуравновешенной массы $m_н$, рад.

Для жестких ротационных агрегатов машин, имеющих эксплуатационную $n_э$ и критическую $n_{кр1}$ частоты вращения в соотношении $n_э << n_{кр1}$, неуравновешенность $\{\overline{N}\}$ описывается двумя типами моделей. Первый:

$$\{\overline{N}\}_1 = \{\overline{D}_{cm} \quad \overline{M}_D\} = \{D_{cm} \quad \varphi_{Dcm} \quad M_D \quad \varphi_{MD}\}, \quad (2)$$

где $\overline{D}_{cm}$ — главный вектор дисбалансов ротора; $\overline{M}_D$ — главный момент дисбалансов ротора; D_{cm}, φ_{cm} — значение и угол $\overline{D}_{cm}$; M_D, φ_{MD} — значение и угол $\overline{M}_D$.

Второй:

$$\{\overline{N}\}_2 = \{\overline{D}_I \quad \overline{D}_{II}\} = \{D_I \quad \varphi_I \quad D_{II} \quad \varphi_{II}\}, \quad (3)$$

где $\overline{D}_I, \overline{D}_{II}$ — дисбалансы в двух произвольных плоскостях I, II, перпендикулярных оси вращения ротора (плоскости приведения по [1]), которые могут проходить и через опоры ротора; D_I, φ_I — значение и угол дисбаланса $\overline{D}_I$; D_{II}, φ_{II} — значение и угол дисбаланса $\overline{D}_{II}$.

Модели (2), (3) эквивалентно описывают неуравновешенность жесткого ротора. Переход от одной модели к другой выполняется их преобразованиями, представленными в [4, 5, 6]. Характерно, что компоненты векторов $\{\overline{N}\}_1, \{\overline{N}\}_2$ для жестких роторов практически не зависят от частоты их вращения как при балансировке, так и в эксплуатации.

Представленные выше модели (2), (3) могут быть использованы только для низкооборотных карданных передач с $n_э \leq 500$ мин$^{-1}$ << $n_{кр1}$. Такие передачи не используются в качестве основных [7] карданных передач автомобилей.

Для современных автомобилей, имеющих $n_э$ = 1500…10000 мин$^{-1}$, модели (2), (3) могут описывать неуравновешенность карданной передачи лишь при определенной частоте ее вращения. С изменением последней компоненты существенно меняются векторы $\{\overline{N}\}_1, \{\overline{N}\}_2$. Поэтому принципиально модели неуравновешенности высокооборотной карданной передачи автомобиля, как и любого нежесткого ротора, представляются следующим образом:

$$\{\overline{N}(\omega)\}_1 = \{\overline{D}_{cm}(\omega) \quad \overline{M}_D(\omega)\} = \{D_{cm}(\omega) \quad \varphi_{Dcm}(\omega) \quad M_D(\omega) \quad \varphi_{MD}(\omega)\}, \quad (4)$$

$$\{\overline{N}(\omega)\}_2 = \{\overline{D}_I(\omega) \quad \overline{D}_{II}(\omega)\} = \{D_I(\omega) \quad \varphi_I(\omega) \quad D_{II}(\omega) \quad \varphi_{II}(\omega)\}. \quad (5)$$

Для таких карданных передач, как и для любого нежесткого ротора, характеристики неуравновешенности по (4), (5) обусловлены двумя независимыми факторами [7]. Первый фактор — локальные дисбалансы от погрешностей исполнения деталей, сборки и монтажа на машине карданной передачи. Эти дисбалансы не зависят от частоты n вращения ротора на балансировочном станке или на машине. Их совокупность можно свести к характеристикам модели (3) неуравновешенности, имеющей независимые от n компоненты. Второй фактор — дисбалансы от изгиба оси ротора, которые зависят от n и представляются компонентами вектора $\{\overline{N}(\omega)\}_2$ по (5).

Учитывая отмеченные факторы, а также результаты исследований [8, 9], можно утверждать следующее. Необходимо создание высокоадекватной модели неуравновешенности высокооборотной карданной передачи автомобиля как нежесткого ротора. На основе данной модели карданные передачи будут классифицированы по критерию

«гибкость». При этом для каждого из выделенных классов будет возможно решение полного комплекса задач балансировки при проектировании, изготовлении и ремонте.

Постановка задачи. Как отмечено в [10], моделирование позволяет изучать влияние на рассматриваемый объект различных решений или выборов, не прибегая к его конструированию, изготовлению и испытаниям. Это особенно важно для анализа неуравновешенности и проектного синтеза уравновешенной конструкции ротационного агрегата вообще и основной карданной передачи автомобиля в частности, т. к. невозможно непосредственно измерить ее характеристики.

Моделирование неуравновешенности карданной передачи включает:
— создание механико-математической модели передачи, наиболее адекватно описывающей ее неуравновешенное состояние;
— непосредственное моделирование неуравновешенности и балансировки (разработка методик анализа неуравновешенности и синтеза уравновешенной конструкции с помощью построенной модели неуравновешенности).

Первой задачей моделирования является описательное содержание модели [11], включающее принятие аргументированных допущений, учитывающих основные конструктивные особенности карданной передачи как объекта балансировки, источники неуравновешенности и их особенности.

На основе описательного содержания решаются задачи построения формализованной схемы неуравновешенности карданной передачи и ее механико-математической модели [11]. При формировании последней:
— определяются свойства, параметры и характеристики модели, ее входные управляющие и возмущающие воздействия, а также реакции (выходы) модели;
— устанавливаются связи между ними.

Представленные ниже решения выполнены на методологической основе, разработанной в Донском государственном техническом университете на кафедре «Теория механизмов и машин» для нежестких роторов сельскохозяйственных машин [8, 9] с учетом специфики основных карданных передач автомобилей — объектов исследования настоящей работы.

Описательное содержание модели. Модель неуравновешенности высокооборотной карданной передачи строится с использованием перечисленных ниже допущений.

1. Рассматривается идеальная передача без люфтов в сопряжениях элементов карданов и компенсирующих устройств.

2. Погрешности исполнения элементов карданной передачи (валов, карданов, компенсирующих устройств, фланцев крепления) и их сопряжений создают множество локальных дисбалансов, имеющих постоянные углы и значения, не зависящие от угловой скорости ω вращения передачи.

3. Двухопорная карданная передача в сборе (карданный вал + 2 кардана + компенсирующее устройство + фланцы крепления) представляется однородным гладким цилиндром. Его длина l равна расстоянию (в м) между опорами. Масса $m = m_0 l$ равна расчетной массе передачи в сборе, где m_0 — линейная плотность (кг/м). Модуль упругости материала карданного вала — E (в Па). Момент инерции сечения в центре пролета — I (в м^4).

4. Многоопорные (число опор $n > 2$) карданные передачи различных типов являются совокупностью отдельных $(n - 1)$ описанных выше двухопорных передач, представляемых как фрагменты исходной передачи. Поэтому дальнейшие исследования будем проводить только для модели двухопорной передачи, используя их результаты для исследования каждого из фрагментов многоопорной передачи.

5. Ось вращения (ОВ) карданной передачи представим как прямую, соединяющую центры ее опор. Используем введенное в [8] понятие «линия эксцентриситетов масс ротора (ЛЭМР)». Это геометрическое место центров масс множества элементарных сечений тела невращающегося ротора, перпендикулярных его ОВ. При разложении ЛЭМР в ряд по собственным формам изгиба учитываем лишь первую (основную) собственную форму искривления ЛЭМР со стрелой $\overline{y}_{max}$ в центре пролета между опорами карданной передачи. Как установлено в [8], у невращающегося однородного цилиндра первая собственная форма искривления ЛЭМР создает наибольший дисбаланс

$$\overline{D}_0 = \frac{5}{8} m \overline{y}_{max} \quad (6)$$

в центральной плоскости приведения (в центре между опорами).

6. Рассматривая $\overline{y}_{max}$ как результат исходного искривления ОВ карданной передачи по первой собственной форме, заметим, что с приведением передачи во вращение со скоростью ω значение стрелы прогиба ОВ увеличится до $\overline{Y}_{max}(\omega)$ за счет проявления $\overline{D}_0$. В результате произойдет приращение значения D_0, которое будет тем больше, чем большее значение имеет ω. Таким образом, исходное искривление ОВ карданной передачи по первой собственной форме со стрелой $\overline{y}_{max}$ при вращении приведет к возникновению у передачи зависящего от ω главного вектора дисбалансов

$$\overline{D}_0(\omega) = \frac{5}{8} m \overline{Y}_{max}(\omega). \quad (7)$$

7. При низкочастотной балансировке карданной передачи ($n_б \ll n_э < n_{кр1}$) пренебрегаем дополнительным прогибом ОВ на скорости $\omega_б = \pi n_б/30$ вращения передачи на балансировочном станке, полагая $\overline{y}_{max}(\omega_б) \approx \overline{y}_{max}$, $\overline{D}_0(\omega_б) \approx \overline{D}_0$. В теоретических исследованиях такую балансировку будем полагать идеальной, считая остаточные дисбалансы в плоскостях коррекции равными нулю.

8. Как принято для нежестких ротационных агрегатов сельхозмашин в [8, 9], для основных карданных передач автомобилей полагаем, что упругие деформации ОВ передачи от действия неуравновешенных усилий подчиняются закону Гука, а жесткость карданного вала одинакова во всех направлениях, перпендикулярных ОВ. Это позволяет считать модель передачи линейной и использовать в исследованиях принцип суперпозиции.

Теоретический анализ. На рис. 1 представлены формализованные схемы модели неуравновешенности основной карданной передачи автомобиля, обобщающие рассмотрение ее как жесткой ($n_э \ll n_{кр1}$) и нежесткой роторной системы.

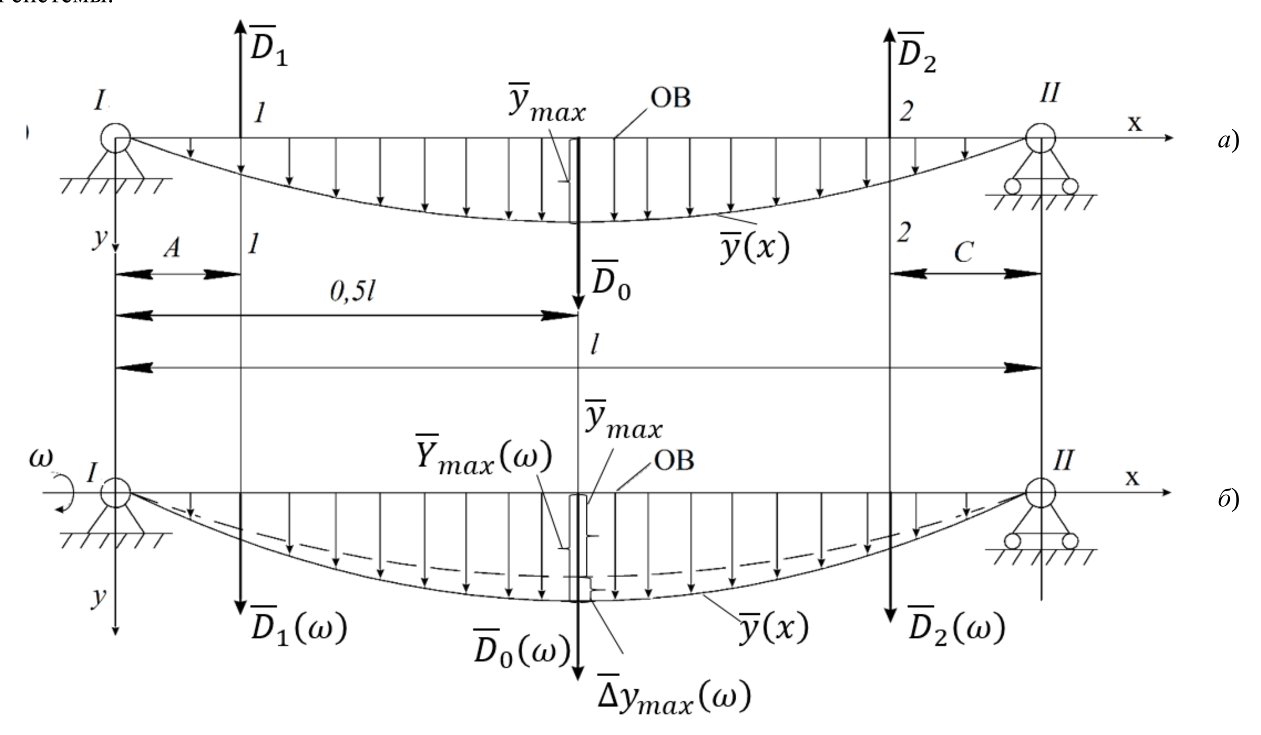


Рис. 1. Формализованные схемы обобщенной модели неуравновешенности карданной передачи

Fig. 1. Formalized schemes of the generalized model of unbalanced cardan transmission

Эти схемы практически полностью идентичны моделям неуравновешенности нежесткого ротора сельхозмашины из [8, 9], как и моделям неуравновешенности любого нежесткого ротора. Они представляют модель двухопорной карданной передачи, а также фрагмента многоопорной передачи. Представленные на рис. 1 векторы дисбалансов $\overline{D}_i$, i = 0,1,2 условно показаны расположенными в одной плоскости.

Рис. 1, *а* иллюстрирует формализованную схему модели неуравновешенности невращающейся передачи, на которой представлены:

— дисбалансы $\overline{D}_1, \overline{D}_2$ в плоскостях коррекции 1–1, 2–2, отстоящих от опор I, II на расстояния *A* и *C* соответственно;

— исходное искривление $\overline{y}(x)$ ОВ по первой собственной форме со стрелой $\overline{y}_{max}$, создающее неравномерно распределенные по кривой $\overline{y}(x)$ дисбалансы с интенсивностью $d\overline{D}(x) = m_0\overline{y}(x)dx$, приводящиеся к главному вектору дисбалансов $\overline{D}_0$, определенному по (6).

Отмеченные выше дисбалансы $\overline{D}_1, \overline{D}_2, \overline{D}_0$ описывают неуравновешенное состояние невращеющейся передачи. Они же описывают неуравновешенное состояние вращающейся с частотой $n \leq n_э$ карданной передачи, представляемой как жесткая роторная система, если $n_э \ll n_{кр1}$. Если корректирующие дисбалансы $\overline{D}_{к1}, \overline{D}_{к2}$ измеряются в плоскостях коррекции 1–1, 2–2, то при любой частоте балансировки $n_б \leq n_э$ их значения составят

$$\overline{D}_{к1} = -\overline{D}_1 - \overline{D}_0\frac{0{,}5l-C}{l-A-C};\ \overline{D}_{к2} = -\overline{D}_2 - \overline{D}_0\frac{0{,}5l-A}{l-A-C}. \quad (8)$$

Жесткая передача $\overline{D}_{к1}$ *и* $\overline{D}_{к2}$ по (8) обеспечивает уравновешенность на машине при любой частоте вращения $n \leq n_э$.

Рис. 1, *б* иллюстрирует формализованную схему модели неуравновешенности нежесткой карданной передачи, вращающейся на балансировочном станке или на машине с угловой скоростью ω. Как результат проявления дисбаланса от исходного искривления ОВ со стрелой $\overline{y}_{max}$ при вращении передачи возникает дополнительное искривление ОВ по первой собственной форме со стрелой $\Delta\overline{y}_{max}(\omega)$, сонаправленной с $\overline{y}_{max}$. Поэтому результирующий изгиб ОВ вращающейся передачи по первой собственной форме будет иметь стрелу

$$\overline{Y}_{max}(\omega) = \overline{y}_{max} + \Delta\overline{y}_{max}(\omega). \qquad (9)$$

В результате возникнет главный вектор дисбалансов $\overline{D}_0(\omega)$, определенный по (7). При этом дисбалансы $\overline{D}_1(\omega)$, $\overline{D}_2(\omega)$ и корректирующие дисбалансы $\overline{D}_{к1}(\omega)$, $\overline{D}_{к2}(\omega)$ в плоскостях коррекции 1–1, 2–2, измеренные на балансировочном станке при $\omega = \omega_б$, определяются:

$$\overline{D}_1(\omega_б) = \overline{D}_1 + \overline{D}_0(\omega_б)\frac{0{,}5l - C}{l - A - C};\ \overline{D}_2(\omega_б) = \overline{D}_2 + \overline{D}_0(\omega_б)\frac{0{,}5l - A}{l - A - C};$$
$$\overline{D}_{к1}(\omega_б) = -\,\overline{D}_1(\omega_б);\ \overline{D}_{к2}(\omega_б) = -\,\overline{D}_2(\omega_б). \qquad (10)$$

С установкой $\overline{D}_{к1}(\omega_б)$, $\overline{D}_{к2}(\omega_б)$ по (10) в плоскостях коррекции 1–1, 2–2 карданной передачи будет обеспечена уравновешенность этой передачи только на частоте $\omega = \omega_б$. С приведением этой передачи во вращение при $\omega \neq \omega_б$ измерительная система балансировочного станка зафиксирует сонаправленные дисбалансы в плоскостях коррекции 1–1, 2–2, возникающие от изменения $\Delta\overline{y}_{max}(\omega)$ с вариацией ω. С приближением значения ω к $\omega_{кр1}$ существенно увеличивается $\Delta\overline{y}_{max}(\omega)$, обеспечивая большие показатели $\overline{Y}_{max}(\omega)$ по (9) и $\overline{D}_0(\omega)$ по (7). Их оценка будет проведена ниже при решении задач моделирования неуравновешенности.

Балансировка основных карданных передач автомобилей производится на частотах $n_б \ll n_э$, поэтому изложенное выше подтверждает отмеченную в [7, 12] недопустимость решения задач их балансировки как для жестких роторных систем.

Собственные свойства модели неуравновешенности карданной передачи (или ее фрагмента) определяются в первую очередь ее параметрами и характеристиками l, A, C, m_0, E, I, раскрытыми выше. К ним необходимо отнести также:

— максимальную эксплуатационную частоту $n_э$ вращения;

— класс точности балансировки передачи (по [6, 13] рекомендован 5-й класс точности с критериями качества $(e\omega)_{min}\ldots(e\omega)_{max}$ = 6,3…16 мм/с$^{-1}$);

— максимальные значения (в мм) зазоров Z_1, Z_2 сопряжений передачи с другими элементами конструкции автомобиля (например, с КПП и дифференциалом);

— норматив искривления $y_{пр}$ заготовки карданного вала.

Для трубы, используемой в качестве карданного вала, ГОСТ 5005-82 [14] регламентирует предельное отклонение Δ_m от прямолинейности на любом участке трубы длиной 1 м:

— Δ_m = 0,4 мм — для труб обычной точности;

— Δ_m = 0,25 мм — для труб повышенной точности;

— Δ_m = 0,15 мм — для труб высокой точности.

Поэтому предельное возможное значение прогиба этого вала

$$y_{пр} = \Delta_m \cdot l, \qquad (11)$$

где l — в мм.

Входные управляющие воздействия определяются числом и значениями частот $n_б$ балансировки передачи. На этих частотах замеряются характеристики $\overline{A}_i$ колебаний опор (i = I, II) фрагмента модели передачи на балансировочном станке. С помощью полученных данных определяются характеристики неуравновешенности $\overline{D}_1, \overline{D}_2, \overline{D}_0$ (см. рис. 1, *а*) невращающейся передачи с целью последующей их корректировки.

К возмущающим воздействиям относятся:

— не зависящие от ω дисбалансы привода балансировочного станка (могут быть определены и скорректированы при настройке балансировочного станка);

— дисбалансы монтажа карданной передачи автомобиля, обусловленные погрешностями сопряжений передачи с другими элементами конструкции автомобиля (имеют пренебрежимо малое в сравнении с допустимыми дисбалансами значение).

Учитывая вышесказанное, возмущающими воздействиями модели неуравновешенности основной карданной передачи автомобиля пренебрегаем.

Используя материалы [8, 9], установим взаимосвязи входных воздействий, собственных свойств и выходов модели неуравновешенности карданной передачи, рассматриваемой в общем случае как нежесткая роторная система. Так, с помощью полученных теоретических и экспериментально подтвержденных в [8, 9] соотношений определим

$\Delta\overline{y}_{max}(\omega)$ — дополнительный упругий прогиб ОВ передачи с приведением ее во вращение со скорость ω (см. рис. 1, *б*):

$$\Delta\overline{y}_{max}(\omega) = \overline{y}_{max}\frac{a}{1-a}\ , a = 0{,}01\ \frac{\omega^2 m_0 l^4}{EI} = \ \beta\omega^2, \quad (12)$$

$$\text{где}\ \ \beta = 0{,}01\ \frac{m_0 l^4}{EI} = \left(\omega_{кр1}\right)^{-2} \quad (13)$$

— расчетная величина, обратная квадрату первой критической скорости $\omega_{кр1}$ вращения передачи.

Определяя по (9) стрелу результирующего изгиба ОВ передачи при скорости ω ее вращения, получаем

$$\overline{Y}_{max}(\omega) = \overline{y}_{max}\frac{1}{1-a}\ = \overline{y}_{max}\frac{1}{1-\beta\omega^2}\ . \quad (14)$$

Используя (7), находим

$$\overline{D}_0(\omega) = \frac{5}{8} m\overline{y}_{max}\frac{1}{1-\beta\omega^2}, \quad (15)$$

где $\overline{y}_{max}$, как и ранее, обозначает стрелу исходного (до приведения во вращение) искривления ОВ передачи по первой собственной форме изгиба, а $m = m_0 l$ — масса карданной передачи в сборе.

Необходимо заметить, что в исследованиях [8, 9] при создании модели неуравновешенности нежесткого ротора учитывался дополнительный прогиб его ОВ от действия дисбалансов, корректирующих $\overline{D}_0(\omega)$ в плоскостях коррекции у опор.

Рассматривая модель карданной передачи (см. рис.1, *а*) по соотношениям, представленным в [8, 9], находим корректирующие дисбалансы:

$$\overline{D}_{к1}^{пр}(\omega) = \frac{5}{8}\cdot\frac{m\overline{y}_{max}}{1-a}\cdot\frac{1}{1+b}\cdot\frac{0{,}5l-C}{l-A-C},$$
$$\overline{D}_{к2}^{пр}(\omega) = \frac{5}{8}\cdot\frac{m\overline{y}_{max}}{1-a}\cdot\frac{1}{1+b}\cdot\frac{0{,}5l-A}{l-A-C} \quad (16)$$

в плоскостях коррекции 1–1, 2–2, ликвидирующие дисбалансы передачи от прогиба (исходного и упругого) ОВ.

В последнем выражении

$$b = \frac{5}{96}\cdot\frac{m\omega^2}{EI}\cdot\frac{A(0{,}5l-C)\left(\frac{3}{4}l^2-A^2\right)+C(0{,}5l-A)\left(\frac{3}{4}l^2-C^2\right)}{l-A-C} \quad (17)$$

— коэффициент изменения стрелы упругого прогиба ОВ передачи от действия установленных в плоскостях коррекции 1–1, 2–2 корректирующих дисбалансов по (16) при балансировке передачи на скорости ω.

Используя те же источники, находим

$$\overline{Y}_{max}(\omega) = \overline{y}_{max}\frac{1}{1-a}\ \cdot\frac{1}{1+b} \quad (18)$$

— стрела прогиба ОВ нежесткой карданной передачи, сбалансированной на скорости ω и приведенной во вращение с этой скоростью.

Изложенные выше методики и соотношения позволяют учесть упругие изгибные свойства основной высокооборотной карданной передачи автомобиля и связанные с этим характеристики ее неуравновешенности.

Выводы. Рассмотренные формализованные схемы модели неуравновешенности основной карданной передачи автомобиля и соотношения (8)–(18) представляют собой механико-математическую модель неуравновешенности нежесткой основной карданной передачи автомобиля. С помощью данной модели решаются следующие задачи моделирования неуравновешенности и балансировки:

— обоснование нормативов точности балансировки;

— анализ эксплуатационной неуравновешенности карданной передачи, сбалансированной на частоте $n_б << n_э$;

— классификация основных карданных передач автомобилей по критерию «гибкость»;

— формализация решения проектных задач балансировки карданной передачи автомобиля.

Библиографический список

1. Балансировка вращающихся тел. Термины : ГОСТ 19534-74 / Государственный комитет стандартов Совета министров СССР. — Москва : Издательство стандартов, 1974. — 45 с.
2. Ден-Гартог, Дж.-П. Механические колебания / Дж.-П. Ден-Гартог. —Москва : Физматгиз, 1960. —580 с.
3. Холфман, Р.-Л. Динамика / Р.-Л. Холфман. — Москва : Наука, 1972. — 568 с.
4. Справочник по балансировке / М. Е. Левит [и др.]. — Москва : Машиностроение, 1992. — 464 с.
5. Полушкин, О. А. Теоретические основы балансировки роторов / О. А. Полушкин, В. А. Фокин // Типовые методы определения дисбалансов. Метод. указания. Вып. 1. — Ростов-на-Дону : Изд. центр ДГТУ, 1994. — 30 с.
6. Машины и технологическое оборудование. Система классов точности балансировки. Основные положения : ГОСТ Р 22061 / Государственный комитет стандартов Совета министров СССР. — Москва : Издательство стандартов, 1976. — 22 с

7. Малаховский, Я. Э. Карданные передачи / Я. Э. Малаховский, А. А. Лапин, Н. К. Веденеев. — Москва : Машгиз. — 1962. — 160 с.

8. Полушкин, О. О. Балансировка нежестких роторов / О. О. Полушкин // Ростов-на-Дону : Изд. центр ДГТУ, 2011. — 158 с.

9. Полушкин, О. О. Обеспечение качества балансировки и эффективности функционирования нежестких ротационных агрегатов сельскохозяйственных машин : дис. … канд. техн. наук. — Ростов-на-Дону, 2005. — 164 с.

10. Честнат, Г. Техника больших систем (средства системотехники) / Г. Честнат. — Москва : Энергия, 1969. — 656 с.

11. Бусленко, Н. П. Моделирование сложных систем / Н. П. Бусленко. — Москва : Наука, 1978. — 400 с.

12. Rzeppa, A.-H. Universal joint drives / A.-H. Rzeppa // Machine Design. — 1953. — Vol. 25. — P. 162.

13. ГОСТ ИСО 1940-1—2007. Вибрация. Требования к качеству балансировки жестких роторов. Часть 1. Определение допустимого дисбаланса / Межгосударственный совет по стандартизации, метрологии и сертификации ; Федеральное агентство по техническому регулированию и метрологии. — Москва : Стандартинформ, 2008. — 22 с.

14. ГОСТ 5005-82. Трубы стальные электросварные холоднодеформированные для карданных валов / Государственный комитет СССР по стандартам. — Переиздание с изменением. — Москва : Издательство стандартов, 1992. — 9 с.

References

1. Balansirovka vrashchayushchikhsya tel. Terminy: GOST 19534-74. [State standard 19534-74. Balancing of rotating bodies. Terms.] USSR State Standards Committee. Moscow: Standartinform, 1974, 45 p. (in Russian).

2. Den Hartog, J.P. Mekhanicheskie kolebaniya. [Mechanical vibrations.] Moscow: Fizmatgiz, 1960, 580 p. (in Russian).

3. Hoffman, R.L. Dinamika. [Dynamics.] Moscow: Nauka, 1972, 568 p. (in Russian).

4. Levit, M.E., et al. Spravochnik po balansirovke. [Reference guide to balancing.]. Moscow: Mashinostroenie, 1992, 464 p. (in Russian).

5. Polushkin, O.A., Fokin, V.A. Teoreticheskie osnovy balansirovki rotorov. [Theoretical background for rotor balancing.] Tipovye metody opredeleniya disbalansov. Metod. ukazaniya. Vyp. 1. [Standard methods of determining imbalances. Method. Instructions. Iss. 1.] Rostov-on-Don: DSTU Publ. Centre, 1994, 30 p. (in Russian).

6. Mashiny i tekhnologicheskoe oborudovanie. Sistema klassov tochnosti balansirovki. Osnovnye polozheniya: GOST R 22061. [State standard R 22061. Machines and technological equipment. Balance quality grade system. General.] USSR State Standards Committee. Moscow: Standartinform, 1976, 22 p. (in Russian).

7. Malakhovskiy, Y.E., Lapin, A.A., Vedeneev, N.K. Kardannye peredachi. [Gimbal gear.] Moscow: Mashgiz, 1962, 160 p. (in Russian).

8. Polushkin, O.O. Balansirovka nezhestkikh rotoov. [Flexible rotor balancing.] Rostov-on-Don: DSTU Publ. Centre, 2011, 158 p. (in Russian).

9. Polushkin, O.O. Obespechenie kachestva balansirovki i effektivnosti funktsionirovaniya nezhestkikh rotatsionnykh agregatov sel'skokhozyaystvennykh mashin : dis. … kand. tekhn. nauk. [Maintenance of balancing quality and operation efficiency of flexible rotary aggregates of agricultural machines: Cand.Sci. (Eng.) diss.] Rostov-on-Don, 2005, 164 p. (in Russian).

10. Chestnut, H. Tekhnika bol'shikh sistem (sredstva sistemotekhniki. [Large systems engineering (means of systems engineering).] Moscow: Energiya, 1969, 656 p. (in Russian).

11. Buslenko, N.P. Modelirovanie slozhnykh sistem. [Modeling complex systems.] Moscow: Nauka, 1978, 400 p. (in Russian).

12. Rzeppa, A.-H. Universal joint drives. Machine Design, 1953, vol. 25, p. 162.

13. GOST ISO 1940-1—2007. Vibratsiya. Trebovaniya k kachestvu balansirovki zhestkikh rotorov. [GOST ISO 1940-1—2007. Vibration. Balance quality requirements for rotors in a constant (rigid) state. Part 1. Specification and verification of balance tolerances.] CIS Council for Standardization, Metrology and Certification; Federal Agency for Technical Regulation and Metrology. Moscow: Standartinform, 2008, 22 p. (in Russian).

14. GOST 5005-82. Truby stal'nye elektrosvarnye kholodnodeformirovannye dlya kardannykh valov. [State standard 5005-82. Steel electrically welded cold-deformed tubes for cardan shafts. Specifications.] Revised ed. USSR State Standards Committee. Moscow: Standartinform, 1992, 9 p. (in Russian).

Поступила в редакцию 11.01.2017
Сдана в редакцию 11.01.2017
Запланирована в номер 05.04.2017

Received 11.01.2017
Submitted 11.01.2017
Scheduled in the issue 05.04.2017

Об авторах:

Полушкин Олег Алексеевич,
профессор кафедры «Теоретическая и прикладная механика» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), доктор технических наук, профессор,
ORCID: http://orcid.org/0000-0002-4070-8121
grunt@mail.ru

Полушкин Олег Олегович,
доцент кафедры «Теоретическая и прикладная механика» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук, доцент,
ORCID : http://orcid.org/0000-0002-8046-917X
grunt@mail.ru

Фофана Исмаель Масму,
аспирант кафедры «Теоретическая и прикладная механика» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1),
ORCID : http://orcid.org/0000-0003-4504-9492
nazyroo@mail.ru

Authors:

Polushkin, Oleg A.,
professor of the Theoretical and Applied Mechanics Department, Don State Technical University (RF, 344000, Rostov-on-Don, Gagarin sq., 1), Dr.Sci. (Eng.), professor,
ORCID: http://orcid.org/0000-0002-4070-8121
grunt@mail.ru

Polushkin, Oleg O.,
associate professor of the Theoretical and Applied Mechanics Department, Don State Technical University (RF, 344000, Rostov-on-Don, Gagarin sq., 1), Cand.Sci. (Eng.), associate professor,
ORCID : http://orcid.org/0000-0002-8046-917X
grunt@mail.ru

Fofana, Ismael M.,
postgraduate student of the Theoretical and Applied Mechanics Department, Don State Technical University (RF, 344000, Rostov-on-Don, Gagarin sq., 1),
ORCID : http://orcid.org/0000-0003-4504-9492
nazyroo@mail.ru